

FICHA LÍMITES Y CONTINUIDAD:

4º ESO Op. B

1. Calcula los límites de las siguientes funciones:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + 3}{3x + 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{-x}{2x + 1}$

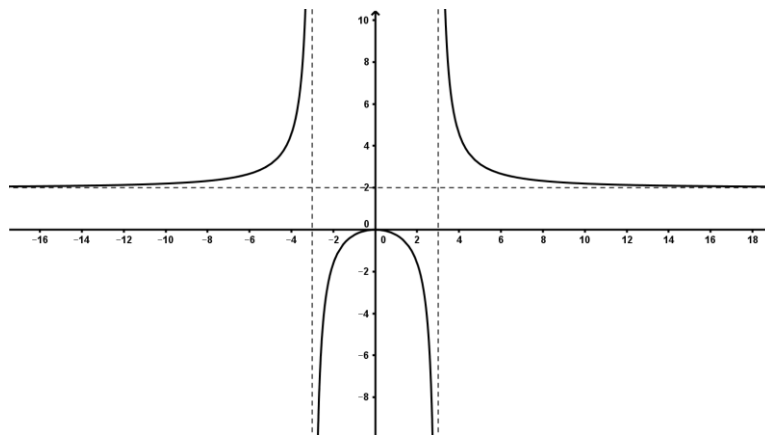
c) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x - 1}{x + 1}$

2. Representa gráficamente la función $f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ x + 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ y averigua su dominio y recorrido. ¿Cuáles son los límites laterales para $x=1$? ¿Tiene límite en este punto?

3. Representa gráficamente la función: $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x < -3 \\ x^2 - 5 & \text{si } -3 \leq x \leq 3 \\ \frac{12}{x + 2} & \text{si } x > 3 \end{cases}$ Averigua su dominio y su recorrido. Calcula

$\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

4. Dada la gráfica de la figura, determina: $\text{Dom } f(x)$, $\text{Img } f(x)$, $f(0)$, $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Clasifica las discontinuidades.



6. Estudia la continuidad de las siguientes funciones en sus dominios e indica el tipo de discontinuidad en cada punto:

a) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$

b) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4}$

c) $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 4}$

7. Representa gráficamente las funciones siguientes y determina el dominio y el recorrido. Estudia las discontinuidades.

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x < 2 \\ x - 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{si } x < 1 \\ 1 - x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} 4 & \text{si } x < -3 \\ x^2 - 5 & \text{si } -3 \leq x \leq 3 \\ x - 4 & \text{si } x > 3 \end{cases}$

8. Dada la función: $f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{si } x \leq 3 \\ x + 1 & \text{si } 3 < x \leq 5 \\ \frac{10}{x} & \text{si } x > 5 \end{cases}$ Estudia el dominio y el recorrido y clasifica las discontinuidades que tenga.

9. Estudia el dominio y las discontinuidades de la función: $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 6x + 8}$

10. Calcula los límites siguientes:

a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 1}{3x + 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{x^2 - 4x + 1}{-5x + 3}$

c) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^2 + 3x - 1}{3x + 1}$

11. Calcula los límites siguientes:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x}{4x^2 + 8}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x}{4x + 8}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 4}{5x^2 + 4}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^3 + 4}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 1}{x^3 + 2}$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4}{2x^3 + 8x}$

12. Calcula los límites siguientes:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x-1} - \frac{4x^2 - 3x + 8}{x+1} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 - 8x} \right)$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(5 - \frac{2x^2}{x^2 + 1} \right)$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2x - \sqrt{4x^2 - 5x} \right)$

13. Calcula los límites siguientes:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{4x^2 + 5}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{4 \cdot 2^{x-1}}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{5^{x+1}}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3} \right)^{x+4}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{2} \right)^{\frac{4x+1}{x+5}}$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{4x^2 - 1}$

g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3}{4x^2 + 5}$

h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3} \right)^{\frac{3x^2}{x^2 + 5}}$

14. Calcula los límites siguientes:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{5x-1} \right)^{2x+4}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{4x+5} \right)^{\frac{x+4}{x+1}}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x^2+1} \right)^{\frac{4x^2}{x^x+1}}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2x + \frac{1}{5x} \right)^{-4x+1}$

15. Calcula los límites siguientes:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5x - 14}{x^3 - 2x - 4}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 + 5x - 24}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x^2}{x^5 - 5x^4}$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 5x^3}{x^3 + 12x^2}$

16. Calcula los límites siguientes:

a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 16}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+1} - 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - x}{\sqrt{x} - \sqrt{2}}$

17. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} 4^{\frac{1}{x}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} 2^{\frac{-1}{x}}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{3x+2} \right)^{2x}$

d) $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{3x+1}{5x+4} \right)^{\frac{-1}{x+4}}$

18. Calcula los límites siguientes:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{3x}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x+2}\right)^{2x+1}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^x$$

19. Calcula los límites siguientes:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{5x+4}\right)$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2-2x-3}{15x+4}\right)$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{12x-3}{5x^2-5x+4}\right)$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{5x+4} - \frac{4}{x}\right)$$

$$e) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{5x+4} - \frac{1}{5x}\right)$$

$$f) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x+1} - \sqrt{3x-4})$$

20. Calcula los límites siguientes:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} e^{x+2}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} e^{x^2-3x+2}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} e^{3x-12}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} 4^{x-5}$$

21. Calcula los límites siguientes:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x-3}{5x+4}\right)$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}\right)$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2-5x}{x^3-x^2}\right)$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^3-2x^2+x}{x^3-x^2-x+1}\right)$$

22. Calcula los límites siguientes:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x+1}{x-\sqrt{2x+1}}\right)$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x-2}{x-\sqrt{2x}}\right)$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x-\sqrt{x}}{x^2-1}\right)$$

23. Calcula los límites siguientes:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{5x+4}\right)^x$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x$$

24. Calcula los límites siguientes:

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3x-2}{x+2}\right)^{\frac{1}{x-2}}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{x^3-1}{x^3+1}\right)^{\sqrt{4x-1}}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \left(1 + \frac{x-\sqrt{2}}{x}\right)^x$$

25. Calcula los límites laterales en los puntos en los que no está definida la función:

$$a) f(x) = \frac{x}{x-2}$$

$$b) f(x) = \frac{-x}{x^2-4}$$

$$c) f(x) = \frac{-1}{x^3+1}$$

26. Estudia la continuidad de la función:

$$f(x) = \frac{x-1}{x^3-x}$$

27. Estudia y clasifica las discontinuidades de las funciones siguientes:

$$a) f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2}{x-2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} 3x+8 & \text{si } x < -2 \\ \frac{x-3}{x^2-3x} & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$$